

# Análise Matemática IV

## Problemas para as Aulas Práticas

3 de Março de 2004

### Semana 1

1. Escreva os seguintes números complexos na forma  $a + bi$  e represente-os geometricamente no plano de Argand:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & (2+i)(1-i) & \text{b)} \quad \frac{1}{1-i} \quad \text{c)} \quad \frac{2+i}{1+i} \\ \text{d)} & (2-3i)^2 & \text{e)} \quad \overline{(1-2i)^3} \quad \text{f)} \quad i^{234} \end{array}$$

2. Determine o módulo e o argumento dos seguintes números complexos e represente-os geometricamente:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & 3 & \text{b)} \quad -2 \quad \text{c)} \quad 1+i \\ \text{d)} & 3-4i & \text{e)} \quad -1-i \end{array}$$

3. Calcule e represente geometricamente os números complexos

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \sqrt[3]{i} & \text{b)} \quad \sqrt[4]{-1} \quad \text{c)} \quad \sqrt{1-i} \\ \text{d)} & \sqrt[4]{(3-i\sqrt{3})^6} & \text{e)} \quad \left(\sqrt[4]{3-i\sqrt{3}}\right)^6 \end{array}$$

4. Mostre as seguintes desigualdades:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & |\operatorname{Im}(z)| \leq |z| \leq |\operatorname{Re}(z)| + |\operatorname{Im}(z)| \\ \text{b)} & |z+w| \leq |z| + |w| \\ \text{c)} & |z+w| \geq ||z| - |w|| \end{array}$$

5. Esboce no plano complexo o conjunto dos números complexos que satisfazem as relações seguintes:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & |z-2| = 3 \\ \text{b)} & |z-2| + |z+2| = 5 \\ \text{c)} & |z-1| - |z+1| > 2 \end{array}$$

d)  $|z| = \operatorname{Re}(z) + 2$

e)  $\operatorname{Im}(z) + \operatorname{Re}(z) < 1$

f)  $\operatorname{Im}\left(\frac{z-i}{z-1}\right) = 0$

g)  $\operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{z-i}\right) = 0$

6. Resolva as seguintes equações em  $\mathbb{C}$ :

a)  $z^4 + 16i = 0$

b)  $z\bar{z} - z + \bar{z} = 0$

c)  $z^4 + z^2 = -1 - i$

d)  $z^2 + 2\bar{z} + 1 = 6i$

e)  $z^6 = (i + 2)^3 + \frac{1-28i}{2-i}$

7. Determine todos os vértices de um polígono regular de  $n$  lados, centrado na origem, sabendo que um deles é representado pelo complexo  $z_1$ .

8. Sejam  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  três números complexos de módulo unitário satisfazendo  $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ . Mostre que esses complexos são vértices de um triângulo equilátero.